Диатоника. Сокрытые тайны музыки.
===============================

Автор: Яшкардин В.Л.
Дата:08.02.2018
Источник: http://softelectro.ru/diatonica.html

Содержание:

Предисловие.

В 2013 году в работе "ШИРОКО" Часть-2(Волновая энергия и информация) была опубликована информация о музыкальных рядах и гармонии[1].
В частности в п. 3.5.5.1 "Музыкальный строй, построенный на фрактальной кратности нот Солнечным суткам"
 был показан 12-ти тональный музыкальный строй, который был получен при фрактальном согласовании частот нот периоду солнечных суток.
Этот период в 86400 секунд(24 часа) является основным ритмом Жизни на нашей планете и является естественной доминантой музыкального строя.

В феврале 2018 г. мне удалось прочитать письма Леонарда Эйлера к немецкой принцессе, написанные в 1760 году, и посвященные музыке и её тайнам [3,с18-20].
Сообщённая в них информация позволила приоткрыть некоторые сокрытые тайны музыки.

Величайший учёный Леонард Эйлер является основателем современной науки.
Его интегральные и дифференциальные исчисления позволили внести математическую осознанность в происходящие физические процессы .
Астрономия, Теоретическая механика, Гидравлика, Пневматика, Динамика, География, Оптика и многие другие науки стали тем, чем они сейчас есть, благодаря усилиям этого учёного.

Леонард Эйлер был гениальным учёным, который никогда не ошибался, хотя поверить в это сложно.
Все предсказанные им физические явления, которые невозможно было рассчитать в 18 веке, оказались правильными в 20 и 21 веке.
И некоторые его предсказания, ещё ждут подтверждения.

1. Музыкальный ряд, построенный на фрактальной кратности солнечным суткам.

Идея постройки фрактального музыкального ряда была основана на понимание волновых энергетических взаимодействий резонаторов и связанных с ними нот.
И здесь, я выделяю два вида взаимодействия Гармоническое(частотное) и Фрактальное(пространственно-временное).

Гармоническое взаимодействие означает кратность Высшей Гармоники Доминанте(Первой гармонике).
Например, для числа 1, в натуральном ряду, все последующие числа являются высшими гармониками, так как они все кратны числу 1.
Поэтому число 1(Один) является Доминантой Натурального ряда чисел, то есть их домом.

Гармоническое взаимодействие очень важно, так как через него осуществляется обмен волновыми энергиями между резонаторами.
Это хорошо видно на качелях.
Чтобы раскачать качели, их нужно толкать кратно периоду и никак иначе.
То есть, качели можно качнуть через раз, через два раза, через три и так далее.
При этом гармоники, в таком понимании являются целыми числами, что и определяет понятие кратности.

Фрактальное взаимодействие более сложное, оно включает в себя гармоническое взаимодействие, законченную пространственно-временную форму и возможность масштабирования процессов.
То есть, не только частота, но длина волны(пространство) и её период(время) должны укладываться в период и длину волны Доминанты кратное число раз.
Таким образом, в один период Доминанты, период Ноты должен поместиться целое число раз.

Пример:

Период солнечных суток(Доминанта) T=86400 сек   ; Частота: F=1/T=1/86400=11,57(407) мкГц: Нота:Соль

Номер гармоники:	Период,сек	Кратность Доминанте	Частота:
1	86400	1	F=1/86400 Гц
2	43200	2	F=1/43200 Гц
3	21600	3	F=1/21600 Гц
.....	.....	.....	.....
12	7200	12	F=1/7200 Гц
13	6646 +2/13	x	F=1/(6646+1/13) Гц
14	6171+3/7	x	F=1/(6171+3/7) Гц
15	5760	15	F=1/5760 Гц

Вы видите, что 13 и 14 гармоника не могут быть уложены в период Доминанты целое число раз, так как они не кратны ей.
Следовательно эти гармоники не смогут быть использованы во фрактальном музыкальном ряду, так как они не смогут завершить энергетические циклы(колебания или вращения) совместно с циклом Доминанты.
Что неминуемо вызовет энергетический дисбаланс системы.
Но, тем не менее, они гармоничны Доминанте, то есть могут взаимодействовать как качели, но не могут одновременно завершится.

Надеюсь, из этого примера вы поняли, в чём заключается один из принципов фрактальности - в её завершённости всех процессов относительно Доминанты.
Если не поняли, то ещё более простой пример, это Часы.

К началу каждого Часа, минутная и секундная стрелка должны завершить свой цикл, тогда вы сможете точно узнать время.
То есть, сможете узнать, сколько минут прошло от начала каждого часа и сколько секунд от начала каждой минуты.
Так происходит, потому, что минутный и секундный цикл кратен циклу часа.
Если бы минутная стрелка не заканчивала цикл к началу часа, то она бы не смогла точно указать количество минут от начало часа.
Такая минутная стрелка, не нужна часам, так как в ней нет смысла часов.
И если мы используем в мелодии несколько Нот с разными периодами(частотами), то отсутствие фрактальности между ними приведёт к потери смысла в мелодии.
Это будет просто набор отдельных гармоничных Нот.

Фрактальное взаимодействие определяется Доминантой и Модулем, это два важнейших понятия фрактальной согласованности.

Модуль, это наименьший элемент взаимодействия внутри фрактала, он должен быть единым для всех его членов.
Например, у шестерёнок часов, модулем является зуб шестерни.
Зубья шестерен должны быть одинаковыми внезависимости от размера шестеренок, иначе не будет взаимодействия.

Доминанта, это наибольший объект фрактала, включающий в себя все остальные элементы.
В часах, это самый большой период, равный Т=24 часа= 1440 минут = 86400 сек.
То есть, самая большая шестерня состоит из 86400 зубьев, это число и есть Доминанта, состоящая из 86400 модулей.
Часовая шестерня будет состоять из 86400/24= 3600 зубьев, то есть из 3600 модулей и т.д.

За один оборот Доминанты, все остальные шестерни должны совершит целое количество кругов, тогда все процессы будут завершены.

Отсюда для фрактальности нужно выполнить следующие условия:
1. Задать Модуль(наименьший элемент мира).
2. Задать Доминанту (наибольший элемент замкнутого мира).
3. Задать другие элементы, которые будут иметь циклическую кратность Доминанте.

Второй принцип фрактальности связан с возможностью бесконечно масштабировать происходящие процессы внутри фрактала на фрактал другого масштаба.
Фрактал с Доминантой=86400 и Модулем=1, заканчивается на 1, так как нельзя создать шетеренку меньше, чем с одним зубом.
Но, мы можем создать следующий фрактал с Доминантой=1 и Модулем=1/86400.
Он будет полностью аналогичен по всем процессам и соотношениям более большому фракталу.

На этом основании, мною была построенная таблица фрактальных гармоник доминанты солнечных суток.
Я рассмотрел 16484(2^14) гармоник Доминанты, так как человек слышит 10 октав звука, и первых 4 октавы он не слышит(10+4=14).
В таблицу №1 были занесены только те гармоники, которые кратны Доминанте.

Рис.1 Таблица фрактальных гармоник доминанты имеющей период 86400 секунд(Солнечные сутки)

Таблица 1 Фрактальная кратность частот с 1-16834 Гц Периоду Солнечных суток Земли T=86400 сек

Октава 0	Энергии	Духов	Инфразв.	Субконтр	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
1=86400 c	2=43200 c	4=21600 c	8=10800 c	16=5400 c	32=2700 c	64=1350 c	128=675 c						
							135=640 c#	270=320 c#	540=160 c#	1080=80 c#	2160=40 c#	4320=20 c#	8640=10 c#
			9=9600 d	18=4800 d	36=2400 d	72=1200 d	144=600 d	288=300 d	576=150 d	1152=75 d			
						75=1152 d#	150=576 d#	300=288 d#	600=144 d#	1200=72 d#	2400=36 d#	4800=18 d#	9600=9 d#
		5=17280 e	10=8640 e	20=4320 e	40=2160 e	80=1080 e	160=540 e	320=270 e	640=135 e				
									675=128 f	1350=64 f	2700=32 f	5400=16 f	10800=8 f
					45=1920 f#	90=960 f#	180=480 f#	360=240 f#	720=120 f#	1440=60 f#	2880=30 f#	5760=15 f#	
	3=28800 g	6=14400 g	12=7200 g	24=3600 g	48=1800 g	96=900 g	192=450 g	384=225 g					
				25=3456 g#	50=1728 g#	100=864 g#	200=432 g#	400=216 g#	800=108 g#	1600=54 g#	3200=27 g#		
				27=3200 a	54=1600 a	108=800 a	216=400 a	432=200 a	864=100 a	1728=50 a	3456=25 a		
							225=384 a#	450=192 a#	900=96 a#	1800=48 a#	3600=24 a#	7200=12 a#	14400=6 a#
			15 =5760 h	30=2882 h	60=1440 h	120=720 h	240=360 h	480=180 h	960=90 h	1920=45 h			

Далее гармоники были сгруппированы по Нотам, так как их частота и период известен, то это не представляет большого труда.
Все периоды, которые кратны между собой степенью числа 2 будут одинаковыми нотами.
В результате в таблице №1 образовалось 12 групп нот, что сразу наталкивает на мысль о не случайности 12-ти тоновой музыки.

В табл.2 мы можем записать фрактал с Доминантой = 1 Гц, то есть Секундой, и Модулем=1/86400 Секунды(86400 Гц)
Этот музыкальный фрактал, полностью повторяет большой фрактал солнечных суток с модулем в 1 секунду и Доминантой=86400 сек.
Диапазон этого фрактала от 1Гц до 86400 Гц полностью перекрывает потребности звукового общения для всех биологических форм жизни на планете Земля.

Таким образом, чтобы ноты(периоды) были фрактальны Солнечным суткам, они должны состоять из целого числа модулей длительностью 1/86400 секунды.
Отсюдо вытекает достаточное правило фрактальности: n=T/M = T*86400 = 86400/F, где n-целое число; T- период ноты;M- модуль ноты; F- частота ноты; 86400 - доминанта солнечных суток.

Музыкальные Ноты будут фрактальны вращению планеты, если период её суток будет кратен частоте ноты

Рис.2 Таблица фрактальных гармоник периоду солнечных суток в Гц.

Таблица 2 Частоты 12-ти музыкальных полутонов фрактально согласованных с периодом Солнечных суток Земли T=86400 сек

Нота	Коэффиц.	Инфра	Субконтр	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
c	1	8	16	32	64	128						
c#	135/128					135	270	540	1080	2160	4320	8640
d	9/8	9	18	36	72	144	288	576	1152			
d#	75/64				75	150	300	600	1200	2400	4800	9600
e	5/4	10	20	40	80	160	320	640				
f	675/512							675	1350	2700	5400	10800
f#	45/32			45	90	180	360	720	1440	2880	5760	
g	3/2	12	24	48	96	192	384					
g#	25/16		25	50	100	200	400	800	1600	3200		
a	27/16		27	54	108	216	432	864	1728	3456		
a#	225/128					225	450	900	1800	3600	7200	14400
h	15/8	15	30	60	120	240	480	960	1920			

Яшкардин В.Л., 2018 (http://softelectro.ru/diatonica/diatonica.html)

Мы получили двенадцать Нот и все их коэффициенты.
Теперь мы можем заполнить музыкальный ряд во всех шести гармониках, исходя из принципа, что любая нота должна иметь ноту на октаву выше или ниже.

В результате в Таблице №3 мы имеем музыкальный гармонический ряд, фрактально согласованный с периодом солнечных суток.
Все ноты, стоящие левее определённых нами фрактальных гармоник, будут тоже фрактальны, а правее не фракталны .

Например, Левее 128 Гц(ДО, малой октавы), находится нота С (ДО большой октавы) , Частота: F= 64 Гц; Проверям 86400/64=1350 (фрактальна)
Правее 128 Гц(ДО, малой октавы), находится нота С (ДО первой октавы) , Частота: F= 256 Гц; Проверям 86400/256=37,5(не фрактальна)

Рис.3 Фрактально согласованный с вращением Земли музыкальный строй в 12 полутонов (ФСМС12)

-нота гармонична и фрактальна солнечным суткам
-нота гармонична
-нота негармонична

Таблица 3 Фрактально согласованный музыкальный строй ФСМС12, Камертон 432Гц

Нота	Коэффиц.	Инфра	Субконтр	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
c	1	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192
c#	135/128	8+7/16	16+7/8	33+3/4	67+1/2	135	270	540	1080	2160	4320	8640
d	9/8	9	18	36	72	144	288	576	1152	2304	4608	9216
d#	75/64	9+3/8	18+3/4	37+1/2	75	150	300	600	1200	2400	4800	9600
e	5/4	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120	10240
f	675/512	10+35/64	21+3/32	42+3/16	84+3/8	168+3/4	337+1/2	675	1350	2700	5400	10800
f#	45/32	11+1/4	22+1/2	45	90	180	360	720	1440	2880	5760	11520
g	3/2	12	24	48	96	192	384	768	1536	3072	6144	12288
g#	25/16	12+1/2	25	50	100	200	400	800	1600	3200	6400	12800
a	27/16	13+1/2	27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824
a#	225/128	14+1/16	28+1/8	56+1/4	112+1/2	225	450	900	1800	3600	7200	14400
h	15/8	15	30	60	120	240	480	960	1920	3840	7680	15360

Что можно сказать про этот ряд:
1. Камертон его 432 Гц.
2. Этот ряд совпадает с 4 нотами Пифагорейского ряда (камертон 432 Гц) c,d,g,a и, с 5 нотами Натурального ряда (камертоном 426+2/3Гц) c,d,e, g,h).
3. Если объединить Натуральный и Пифагорейский ряды, то не совпадение будет только в ноте Фа(f).
4. Это ряд объясняет, почему мы пользуемся 12-ти тоновой музыкой. Она кратна вращению Земли и её движению вокруг Солнца.

То есть, в строе ФСМС12 уникальной является нота ФА с коэффициентом 675/512.
Все остальные ноты и коэффициенты можно обнаружить в Пифагорейском и Натуральном рядах.

2. Музыкальный ряд 12 тонального клавесина описанный Леонардом Эйлером в 1760 г.[2]

В 1760 году Леонард Эйлер написал несколько писем(№4;5;6;7;8) немецкой принцессе , в которых раскрыл тайну гармоничной музыки.
В конце работы я приложу эти письма, они весьма познавательны и умны.

Эйлер пишет в Письме №7:
"Я намереваюсь познакомить Ваше Величество с истиной природой музыкальных звуков, о которой музыканты не имеют почти никакого представления..."

Не вникая в подробности объяснений Леонарда Эйлера, надеюсь, вы прочтете их сами, он указывает 12 тональный музыкальный ряд.
На рисунке ниже показан этот музыкальный ряд указанный Эйлером в письме №7, в который я добавил(слева) современные названия нот.

Рис.4 12-ти тональный музыкальный ряд Л.Эйлера [3]

20 Л. Эйлер

Современные ноты				Различие
(g)Соль	C	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3	384	16
(g#)Соль#	C[i]s	2 · 2 · 2 · 2 · 5 · 5	400	32
(a)Ля	D	2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3	432	18
(a#)Ля#	D[i]s	2 · 3 · 3 · 5	450	30
(h)Си	E	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 5	480	32
(c)До	F	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2	512	28
(c#)До#	F[i]s	2 · 2 · 3 · 3 · 5	540	36
(d)Ре	G	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5	576	24
(d#)Ре#	G[i]s	2 · 2 · 2 · 3 · 5 · 5	600	40
(e)Ми	A	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5	640	35
(f)Фа	D	3 · 3 · 3 · 5 · 5	675	45
(f#)Фа#	H	2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5	720	48
	c	2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3	768	

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных
физических и философских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

Эйлер пишет:
"...звуковой ряд будет соответствовать основным клавишам клавесина, которые, согласно древним, составляют Род, называемый ДИАТОНИКА, происходящий, от числа 2, от числа 3, повторенного три раза, и от числа 5.
Применяя только эти тоны, можно получить прекрасные и разнообразные мелодии, обязанные своим благозвучием исключительно простоте чисел, дающих нам эти тоны."

Если вы посмотрите частоты этого ряда, то это 100% ФСМС12 по всем полутонам и коэффициентам, полученный нами из солнечных суток.

У Эйлера Л. этот строй описан как полученный из простых соотношений чисел 2,3,5.
Он никак не связывает этот ряд с периодом солнечных суток и называет его "древним", но мы видим, что ряд связан с Солнцем и Землёй.
Так как солнечные сутки 86400 секунды, это результат собственного вращения Земли, плюс вращения Земли вокруг Солнца.
Период собственного вращения Земли не равен 86400 сек, он равен Звездным суткам(около 86164 сек).

Далее Эйлер пишет, про указанную табличку полутонов, которую он объясняет принцессе:
"Теперь октава имеет 12 тонов, точно соответствующих принятым в музыке.
Все эти тоны происходят от трёх чисел -2, 3 и 5, причём 2 удваивается столько раз, сколько это требуют октавы.
Что же касается числа 3, то его повторяют только 3 раза, а число 5 - только два."

Фраза Эйлера "ТОЧНО СООТВЕТСТВУЮТ ПРИНЯТЫМ В МУЗЫКЕ", говорит о том, что этот ряд был употребим в его время.
Мы же, в наших справочниках и трудах теоретиков музыки не слышали о таком ряде никогда (по моим данным).
И я был уверен, что ряд ФСМС12 получился у меня впервые!

Далее он пишет, что эти 12 тонов составляют "Древний Род ДИАТОНИКА".
Хотелось бы больше узнать о этом Древнем Роде!

Назовём этот музыкальный строй Эйлеровским или "Древним Родом Диатоника".

Отсюда можно сделать выводы:

1. В 18 веке, в Германии, использовали 12-ступенчатый музыкальный строй, гармоники которого кратны(фрактальны) периоду солнечных суток.

2. Данный музыкальный строй назывался "Древний Род Диатоника".

3. В 18 веке использовали камертон(ноту ЛЯ, первой октавы) равный 432 Гц.

4. Мелодия из гармоничных Нот , не имеющих фрактальной завершенности, просто набор отдельных гармоничных Нот.

5. Мелодия из негармоничных Нот, просто вредна.

6. Мелодия из гармоничных и фрактальных Нот благотворна, так как включает нас энергетически в единый завершённый мир Творца.

Сокрытые тайны музыки:

1. Кто и когда изменил музыкальный строй Л.Эйлера(ФСМС12) ? (Нужны первоисточники, а не сказки из сети про Пифагора и Верди)

2. Кто и когда изменил камерный тон с 432 Гц. (Нужны первоисточники, а не сказки из сети про американского горниста Дигена и Геббельса)

3. Что известно про "Древний Род Диатоника" ?(Нужны достоверные знания и первоисточники)

3. Дополнение 1. Письма Леонарда Эйлера.

Рис.5 Письмо №4

26 апреля 1760 г.

Письмо 4

О консонансах и диссонансах

В. В. прервали нить моих рассуждений весьма любезным образом. . . . . .

. . . .

Итак, с чувством глубокой благодарности возвращаюсь к моей теме. Я отметил, что наше ухо, услышав простой музыкальный звук, воспринимает некое число ударов, отделенных друг от друга равными промежутками. Частота, или число ударов в определенный отрезок времени, обусловливает различие между высокими и низкими тонами. Иными словами, чем меньше число колебаний, совершаемых в некую единицу времени, например в секунду, тем звук ниже, и, напротив, чем оно больше, тем звук выше. Следовательно, ощущение про-

стого музыкального звука можно уподобить ряду точек, отстоящих друг от друга на равном расстоянии.

. . . .

В зависимости от того, будут ли интервалы между этими точками бóльшими или меньшими, представляемый ими звук будет ниже или выше. Несомненно также, что ощущение простого звука подобно или аналогично зрительному восприятию такого ряда точек, одинаково удаленных друг от друга.

Таким способом можно наглядно представить то, что ощущает наше ухо, когда оно слышит какой-либо звук. Если бы расстояния между точками были неравными и точки располагались беспорядочно, то это было бы изображением нестройного шума, противоположного гармонии.

Установив этот факт, посмотрим, какое воздействие на ухо должны произвести два звука, издаваемые одновременно. Очевидно, что если эти два звука одинаковы, т. е. содержат одно и то же число колебаний за одно и то же время, то они будут восприняты нашим ухом как один звук. В музыке принято считать, что такие два звука звучат в унисон, т. е. образуют самое простое созвучие,[1] поскольку созвучием называется слияние двух или нескольких звуков, слышимых одновременно.

Если два звука не одинаковы по высоте, т. е. имеют различную частоту, то происходит слияние двух рядов ударов. При этом в каждом ряду интервалы будут одинаковыми, но в одном ряду они длиннее, чем в другом, что соответствует в первом ряду более низкому звуку, а во втором — более высокому.

Подобное слияние или созвучие двух звуков может быть представлено двумя рядами точек, расположенных по двум линиям *ab* и *cd*:

```
  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11
a .  .  .  .  .  .  .  .  .   .   .  b
c . . . . . . . . . . . . d
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
```

Чтобы получить точное представление об этих двух рядах, следует обратить внимание на соблюдаемый в них порядок, т. е. на соотношение интервалов в первой и второй строке. Если пронумеровать точки обеих линий и поставить номер 1 под номером 1, то окажется, что вторые номера не будут находиться точно один под другим, и еще менее того третьи номера. Вместе с тем мы видим, что в верхней строке номер 11 находится точно над номером 12 нижней строки. Отсюда следует, что более высокий звук совершает 12 колебаний, а другой — только 11. Если бы не было цифровых обозначений, наш глаз почти не уловил бы этого различия. Равным образом и наше ухо с трудом различило бы соотношение звуков, изображенных мною в виде двух рядов точек.

Однако на следующем рисунке

```
. . . . . . . . .          . . . .
.   .   .   .   .           .   .
```

с первого взгляда можно заметить, что верхняя строка содержит в два раза

больше точек, чем нижняя, т. е. промежутки между точками в нижней строке в два раза больше, чем в верхней. Это, без сомнения, самый простой случай, если не считать унисона, где можно легко обнаружить порядок в расположении точек той и другой строки. То же самое относится и к двум другим звукам, графически представленным этими двумя рядами точек. Один из этих звуков будет производить в два раза больше колебаний, чем другой. Наше ухо с легкостью воспримет это совершенное соотношение двух звуков, тогда как в предыдущем случае суждение крайне затруднительно, если не невозможно.

Когда наше ухо легко распознает соотношение двух звуков, их слияние называется *консонансом*, если же такое соотношение трудно и даже невозможно обнаружить, аккорд называется *диссонансом*.[2]

Итак, самым простым консонансом будет тот, в котором высокий звук производит в два раза больше колебаний, чем низкий. Такой консонанс называется в музыке *октавой*, значение которой всем хорошо известно. Два звука, которые отличаются друг от друга на одну октаву, настолько сходны между собой и так хорошо гармонируют, что музыканты обозначают их одними и теми же буквами. Мы можем, например, в церкви заметить, что женщины поют октавой выше, чем мужчины, и при этом им кажется, что они издают одни и те же звуки. В. В. сможет легко в этом убедиться, играя на клавесине; ее приятно поразит красота аккорда, в который входят звуки, различающиеся друг от друга одной октавой, тогда как сочетание любых других двух звуков не будет столь благозвучным.

29 апреля 1760 г.

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и филосовских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

Рис.6 Письмо №5

Письмо 5

Об унисоне и октавах

В. В., по-видимому, уже замечали, что созвучие, называемое у музыкантов октавой, воздействует на наш слух столь особенным образом, что можно легко обнаружить малейшее его искажение. Например, если взять ноту, обозначенную F, то без труда, просто на слух, можно подстроить к ней ноту f на октаву выше. Если струна, издающая звук f, звучит слишком высоко или слишком низко, то это сразу же неприятно поразит слух, но нет ничего легче, как произвести соответствующую подстройку. Именно поэтому при пении все легко переходят от одного звука к другому, выше или ниже на октаву. Однако когда нужно перейти от звука F к звуку d, то посредственный певец может легко ошибиться, если только ему не придет на помощь инструмент. Взяв за точку отсчета звук F, почти невозможно сразу подстроить к нему звук d. В чем же причина этого явления? Почему так легко можно подстроить к звуку F звук f и так нелегко — звук d? Это явление нетрудно объяснить, исходя из соображений, которые я имел честь представить В. В. в последних заметках. Нужно принять во внимание, что звук F и звук f образуют октаву, т. е. число колебаний, содержащихся в звуке f, как раз вдвое превышает число колебаний звука F. Чтобы заметить это созвучие, необходимо только почувствовать пропорцию [1] один к двум (1 : 2), которая, подобно тому как она бросается в глаза на рисунке с изображением точек, приведенном мною выше, воздействует и на наш слух. В. В. может легко понять, что чем проще эта пропорция, чем меньше выражающие ее числа, тем легче она воспринимается, вызывая при этом у нас чувство удовольствия.

Зодчие также строго следуют этому правилу, стараясь соблюдать во всех частях здания настолько простые пропорции, насколько это позволяют другие обстоятельства. Двери и окна обычно делают так, чтобы их высота была вдвое больше ширины. Повсюду зодчие стремятся сохранять пропорции, выражаемые малыми числами, так как это производит приятное впечатление. То же самое мы наблюдаем и в музыке: созвучия нравятся нам, только если наш ум постигает определенную пропорцию, существующую между звуками, причем эту пропорцию мы воспринимаем тем легче, чем меньше выражающие ее числа.[2]

Итак, после соотношения 1 : 1, присущего двум равным звукам, издаваемым в унисон, самой простой является, без сомнения, пропорция 1 : 2, и именно она дает нам созвучие октавы. Отсюда явствует, что это созвучие обладает многими преимуществами по сравнению с другими консонансами.

Уяснив себе, что представляет собой созвучие, или интервал, между двумя звуками, называемый музыкантами октавой, рассмотрим несколько звуков, както: F, f, $\bar{f}$, $\bar{\bar{f}}$, $\bar{\bar{\bar{f}}}$, из которых каждый выше предыдущего на одну октаву. Поскольку интервал от F до f, от f до $\bar{f}$, от $\bar{f}$ до $\bar{\bar{f}}$ и от $\bar{\bar{f}}$ до $\bar{\bar{\bar{f}}}$ является октавой, то интервал от F до $\bar{f}$ будет двойной октавой, от F до $\bar{\bar{f}}$ — тройной октавой и от F до $\bar{\bar{\bar{f}}}$ — четверной октавой. Итак, за то время, как звук F производит одно колебание, звук f производит два, звук $\bar{f}$ — четыре, звук $\bar{\bar{f}}$ — восемь и звук $\bar{\bar{\bar{f}}}$ — шестнадцать колебаний. Отсюда явствует, что если октава соответствует пропорции 1 : 2, то двойная октава соответствует 1 : 4, тройная — 1 : 8 и четверная — 1 : 16. Так как пропорция 1 : 4 не так проста, как 1 : 2, и не так бросается в глаза, то двойную октаву всегда труднее различить, чем простую. Тройная октава представляется еще более сложной для восприятия, а четверная — еще гораздо сложнее.

Таким образом, при настройке клавесина, если принять за точку отсчета ноту F, то значительно труднее подстроить к ней двойную октаву $\bar{f}$, чем простую октаву f. Настройка тройной октавы $\bar{\bar{f}}$ и четверной $\bar{\bar{\bar{f}}}$ будет еще сложнее, если только не идти вверх через промежуточные октавы.

Эти созвучия также входят в понятие консонанса. Поскольку простейшим из них является унисон, то можно их расположить по следующим степеням:[3]

I степень: унисон, выражаемый пропорцией 1 : 1
II степень: чистая, простая октава, выражаемая пропорцией 1 : 2
III степень: двойная октава, выражаемая пропорцией 1 : 4
IV степень: тройная октава, выражаемая пропорцией 1 : 8
V степень: четверная октава, выражаемая пропорцией 1 : 16
VI степень: пятерная октава, выражаемая пропорцией 1 : 32.

И так, до предела слышимости звука.

Таковы те созвучия или консонансы, к пониманию которых мы пришли, исходя из данного рассуждения. Однако мы еще ничего не знаем о возможностях другого рода и еще менее о диссонансах, которыми пользуются в музыке. Но прежде чем перейти к объяснению этих последних, я считаю нужным пояснить термин «октава». Октавой обозначают интервал между двумя звуками, из которых один дает вдвое больше колебаний, чем другой. Причина, почему было принято это название, станет ясной, если В. В. посмотрит на основные клавиши клавесина. Они поднимаются на семь ступеней до того, как достигнут октавы, а именно: C, D, E, F, G, A, H, c. Таким образом, клавиша c будет восьмой, если считать C — первой. Но это деление зависит от особого свойства музыки, о котором пойдет речь в следующих письмах.

3 мая 1760 г.

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и филосовских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

Рис.7 Письмо №6.

Письмо 6

О других созвучиях

Можно утверждать, что все рассмотренные нами пропорции, как-то: 1 : 2, 1 : 4, 1 : 8, 1 : 16, в которых состоит сущность октавы простой, двойной, тройной или четверной, ведут свое начало от одного только числа 2, поскольку 4 — это дважды два, 8 — дважды четыре, а 16 — дважды восемь.[1] Таким образом, придерживаясь в музыке только числа *два*, можно прийти лишь к пониманию созвучий или консонансов, которые музыканты называют октавой, простой, или двойной, или тройной. И поскольку число два при удвоении может дать только числа 4, 8, 16, 32, 64, причем каждое из них всегда вдвое больше предыдущего, то все остальные числа остаются нам пока неизвестными. Если бы у музыкального инструмента были только октавы, т. е. звуки, обозначенные C, c, $\bar{c}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$, а все другие звуки исключены, то издаваемая им музыка не могла бы быть приятной из-за своей чрезмерной простоты. Введем же помимо числа 2 еще число 3 и посмотрим, какие при этом возникнут аккорды или консонансы. Начнем с того, что пропорция 1 : 3 дает нам два звука, из которых один производит за то же самое время в три раза больше колебаний, чем другой. Такая пропорция после пропорции 1 : 2, без сомнения, наиболее доступна для понимания, и, следовательно, она может дать прекрасные созвучия, но совершенно иного рода, чем созвучие октавы.

Предположим, что в пропорции 1 : 3 число 1 соответствует звуку C; поскольку звук c выражается числом 2, число 3 дает нам звук более высокий, чем c. Однако более низкий, чем звук $\bar{c}$, соответствующий числу 4. Звук же, выраженный числом 3, обозначается музыкантами буквой g; интервал от c до g они называют *квинтой*, поскольку на клавиатуре клавесина клавиша g будет пятой от c, как-то: c, d, e, f, g. Итак, если число 1 дает звук C, то число 2 дает c, число

3 — g, число 4 — звук $\bar{c}$. И поскольку звук $\bar{g}$ является октавой g, ее число будет 3, умноженное на 2, и, следовательно, равно 6; а если подняться еще на октаву, число, соответствующее звуку $\bar{\bar{g}}$, будет в два раза больше, т. е. равно 12.

Итак, все звуки, к которым нас приводят числа 2 и 3, притом что звук C обозначен цифрой 1, будут:

C	c	g	$\bar{c}$	$\bar{g}$	$\bar{\bar{c}}$	$\bar{\bar{g}}$	$\bar{\bar{\bar{c}}}$
1	2	3	4	6	8	12	16.

Отсюда явствует, что пропорция 1 : 3 выражает интервал, состоящий из октавы и квинты, а этот интервал ввиду простоты составляющих его чисел будет после октавы наиболее легко различимым для слуха. Поэтому-то музыканты отводят квинте второе место среди консонансов; квинта производит на слух столь приятное впечатление, что настройка ее не представит никакого труда. Так, например, у скрипок четыре струны поднимаются вверх по квинтам, причем самая низкая будет G, вторая — d, третья — a и четвертая — $\bar{e}$; и любой музыкант может легко их настроить просто на слух.

Тем не менее квинта не настраивается так легко, как октава; но квинта, лежащая выше октавы, как-то от C к g, выраженная пропорцией 1 : 3, заметнее для слуха, чем простая квинта от C до G или от c до g, выраженная пропорцией 2 : 3. Известно также из практики, что если взять за точку отсчета звук C, то легче подобрать к нему высшую квинту g, чем простую, G.

Если обозначить единицей звук F, то число 3 обозначит звук c, так что F, f, $\bar{c}$, $\bar{f}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{f}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$ будут изображены числами 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, где интервал от f до $\bar{c}$ является квинтой, образуемой пропорцией 2 : 3; от f до $\bar{c}$, от $\bar{f}$ до $\bar{\bar{c}}$ мы также имеем *квинту*, поскольку пропорция 4 : 6 и 8 : 12 подобна пропорции 2 : 3. Ибо если два локтя ткани[2] стоят 3 экю, то 4 локтя будут стоить 6, а 8 локтей — 12 экю.

Это рассуждение приводит нас к пониманию другого интервала, содержащегося в пропорции 3 : 4, иными словами, интервал от $\bar{c}$ до $\bar{f}$ и, следовательно, также от c до f или от C до F, который музыканты называют *квартой*. Поскольку последняя выражается большими числами, она далеко не столь приятна для слуха, как квинта и тем более октава.

Так как число 3 дало нам эти новые созвучия, или консонансы, квинту и кварту, то прежде чем перейти к другим числам, умножим число 3 на три, чтобы получить 9; это дает нам звук более высокий, чем звук 3 или $\bar{c}$ октавы и квинты, где $\bar{\bar{c}}$ — это октава $\bar{c}$, а $\bar{\bar{g}}$ — квинта $\bar{\bar{c}}$. Итак, число 9 дает звук $\bar{\bar{g}}$; $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{f}}$, $\bar{\bar{g}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$ будут обозначены числами 6, 8, 9, 12.[3] Если взять эти звуки в нижних октавах, то при сохранении тех же пропорций получим

C	F	G	c	f	g	$\bar{c}$	$\bar{f}$	$\bar{g}$	$\bar{\bar{c}}$	$\bar{\bar{f}}$	$\bar{\bar{g}}$	$\bar{\bar{\bar{c}}}$
6	8	9	12	16	18	24	32	36	48	64	72	96,

что приводит нас к познанию новых интервалов. Первый из них будет интервал от F до G, содержащийся в пропорции 8 : 9, который музыканты называют

секундой, а также *целым тоном*. Второй — это интервал от G до f, содержащийся в пропорции 9:16 и называемый *септимой*. Он будет на одну секунду, или на целый тон, меньше октавы. Поскольку эти пропорции выражены здесь сравнительно большими числами, соответствующие им интервалы не относят к числу консонансов. Музыканты называют их *диссонансами*.

Если мы еще утроим число 9, чтобы получить 27, то это число будет обозначать тон более высокий, чем $\bar{c}$, а именно на одну квинту превосходящий g. Следовательно, это будет тон $\bar{\bar{d}}$ и его октава $\bar{\bar{\bar{d}}}$ будет соответствовать числу 27, умноженному на два, т. е. 54, а двойная октава $\bar{\bar{\bar{\bar{d}}}}$ — числу 54, умноженному на два, т. е. 108.

Изобразим эти тоны, которые будут ниже на несколько октав, следующим образом:

C	D	F	G	c	d	f	g	$\bar{c}$	$\bar{d}$	$\bar{f}$	$\bar{g}$	$\bar{\bar{c}}$	$\bar{\bar{d}}$	$\bar{\bar{f}}$	$\bar{\bar{g}}$	$\bar{\bar{\bar{c}}}$
24	27	32	36	48	54	64	72	96	108	128	144	192	216	256	288	384.

Из этого видно, что интервал от D до F содержится в пропорции 27 к 32, а интервал от F до d — в пропорции 32 к 54. Возьмем половину ряда от 16 к 27, где первый интервал называется *минорной терцией*, а второй — *мажорной секстой*.

Можно было бы еще утроить число 27, но музыка не заходит так далеко, и мы ограничиваемся числом 27, происходящим от 3 и умноженным в третий раз на самого себя.

Что касается других тонов музыки,[4] которых нам еще недостает, то они вводятся числом 5. О них пойдет речь в следующем письме.

3 мая 1760 г.

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

Рис.8 Письмо 7.

Письмо 7

О двенадцати тонах клавесина

Предмет, с которым я осмеливаюсь познакомить В. В., представляет собой столь сухую материю, что я не без основания опасаюсь наскучить В. В. своими объяснениями. Не желая отнимать у Вас много времени, я посылаю сегодня одновременно три письма, чтобы тем самым разом покончить со столь непривлекательной темой.

Я намеревалась познакомить В. В. с истинной природой музыкальных звуков, о которой музыканты не имеют почти никакого представления. Ибо не теория привела их к познанию всех тонов. Этим они скорее обязаны скрытой силе подлинной гармонии, которая столь действенно повлияла на орган слуха, что как бы вынудила его воспринимать тона, используемые ныне в музыке, хотя точное определение этих тонов еще недостаточно известно музыкантам.

Итак, принципы *гармонии* сводятся к числам, как я уже имел честь показать В. В. Я отметил, что число 2 дает только октавы, так что если взять, например, за основу тон F, то это приведет нас к звукам f, $\bar{f}$, $\bar{\bar{f}}$, $\bar{\bar{\bar{f}}}$. Далее, число 3 дает тона C, c, $\bar{c}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$, которые отличаются от вышеуказанных на одну квинту. Повторение того же самого числа 3 дает еще квинты первых звуков, а именно G, g, $\bar{g}$, $\bar{\bar{g}}$, $\bar{\bar{\bar{g}}}$. И наконец, третье повторение этого числа 3 добавляет еще тоны D, d, $\bar{d}$, $\bar{\bar{d}}$, $\bar{\bar{\bar{d}}}$. Поскольку принципы гармонии неотделимы от простоты, дальнейшее повторение числа 3 недопустимо. Поэтому мы имеем до сих пор только следующие тоны для каждой октавы:

F	G	c	d	f
16	18	24	27	32.

Эти тоны, несомненно, не допускают большого разнообразия в музыке. Но попробуем ввести также число 5 и посмотрим, каким будет тон, который производит пять колебаний, между тем как тон F дает за то же время только одно. Тон f производит в ту же единицу времени 2 колебания, тон $\bar{f}$ — четыре, а тон $\bar{\bar{c}}$ — шесть.

Следовательно, рассматриваемый нами тон будет находиться между $\bar{f}$ и $\bar{\bar{c}}$. Музыканты обозначают его буквой $\bar{a}$. В сочетании с тоном $\bar{f}$ он образует так называемую *мажорную терцию* и дает вполне приятное созвучие, поскольку содержится в пропорции сравнительно малых чисел 4 : 5. Кроме того, этот тон $\bar{a}$ с тоном $\bar{\bar{c}}$ образует аккорд, содержащийся в пропорции 5 : 6. Он почти столь же благозвучен, как и первый, и называется *минорной терцией*, подобно той, о которой мы уже говорили, расположенной между числами 27 и 32. Различие между ними почти не ощутимо для уха. Если то же самое число 5 приложить к другим тонам G, c, d, то это нам даст их мажорные терции, взятые во второй верхней октаве, т. е. звуки $\bar{h}$, $\bar{\bar{e}}$ и $\bar{\bar{f}}$ [i] s. Перенесенные в первую октаву, они дадут нам нижеследующие тоны с соответствующими числовыми обозначениями:

F	F[i]s	G	A	H	c	d	e	f
128	135	144	160	180	192	216	240	256.

Исключим тоны F[i]s, и звуковой ряд будет соответствовать основным клавишам клавесина, которые, согласно древним, составляют род,[1] называемый *диатоникой*, происходящей от числа 2, от числа 3, повторенного три раза, и от числа 5. Применяя только эти тоны, можно получить прекрасные и разнообразные мелодии, обязанные своим благозвучием исключительно простоте чисел, дающих нам эти тоны.

Наконец, если использовать вторично число 5, то оно даст нам терции четырех новых тонов A, E, H, F[i]s, которые мы только что установили, и, следовательно, мы получили звуки C[i]s, G[i]s, D[i]s и B. Теперь октава имеет 12 тонов, точно соответствующих принятым в музыке. Все эти тоны происходят

от трех чисел — 2, 3 и 5, причем число 2 удваивается столько раз, сколько этого требуют октавы. Что же касается числа 3, то его повторяют только 3 раза, а число 5 — только два.

Ниже следует таблица, где даны все тоны первой октавы, выраженные числами, и где видно, каким образом складывается каждое из чисел 2, 3 и 5.

			Различие
C	2·2·2·2·2·2·2·3	384	
			16
C[i]s	2·2·2·2·5·5	400	
			32
D	2·2·2·2·3·3·3	432	
			18
D[i]s	2·3·3·5	450	
			30
E	2·2·2·2·2·3·5	480	
			32
F	2·2·2·2·2·2·2·2·2	512	
			28
F[i]s	2·2·3·3·5	540	
			36
G	2·2·2·2·2·2·5	576	
			24
G[i]s	2·2·2·3·5·5	600	
			40
A	2·2·2·2·2·2·2·5	640	
			35
D	3·3·3·5·5	675	
			45
H	2·2·2·2·3·3·5	720	
			48
c	2·2·2·2·2·2·2·2·3	768	

В то время как звук C дает 384 колебания, звук G[i]s дает 400 за то же время, а другие звуки столько колебаний, сколько указывают соответствующие им числа; таким образом, звук c произведет в ту же единицу времени 768 колебаний, что ровно вдвое превышает число 384.

Для последующих октав следует только умножить эти числа на 2, на 4 или на 8. Таким образом, звук $\bar{c}$ дает 768 × 2, т. е. 1536 колебаний, звук $\bar{\bar{c}}$ — 1536 × 2, т. е. 3072 колебания, и звук $\bar{\bar{\bar{c}}}$ — 3072 × 2, т. е. 6144 колебания. Чтобы понять образование звуков от этих трех чисел — 2, 3 и 5, нужно принять во внимание, что точки, поставленные между числами, означают умножение. Таким образом, для тона F[i]s выражение 2 × 2 × 3 × 3 × 5 означает, что 2 надо умножить на 2, потом на 3, опять на 3, еще на 3 и, наконец, на 5. Итак, 2 × 2 = 4, 4 × 3 = 12, 12 × 3 = 36, 36 × 3 = 108, 108 × 5 = 540. Отсюда явствует, что различия между этими тонами неодинаковы: одни из них больше, другие — меньше. Именно этого требует истинная гармония. Но поскольку неравенство не очень значительно, то обычно все эти различия считают равными и переход от каждого тона к последующему называют *полутоном*. Ибо полагают, что октава делится, таким образом, на *12 полутонов*. Многие музыканты делают их теперь даже равными, хотя это и противоречит принципам гармонии: в

этом случае ни одна квинта, ни одна терция не будет правильной и впечатление будет такое, как если бы эти тоны не были надлежащим образом подобраны.

Музыканты согласны также с тем, что следует пожертвовать правильностью этих созвучий, чтобы получить преимущество равенства всех полутонов и так, чтобы транспозиция из одной тональности в какую-либо другую ничего не изменила в мелодиях. Однако они сами признают, что одно и то же музыкальное произведение, сыгранное в тональности C или же полутоном выше G[i]s, существенно изменит свой характер. Отсюда явствует, что все полутона в действительности не могут быть равными, и, хотя музыканты стремятся сделать их такими, истинная гармония противится осуществлению этого замысла, чуждого ее природе.[2]

Таково истинное происхождение тонов, используемых в настоящее время в музыке: они получены из чисел 2, 3 и 5. Если бы захотели ввести еще число 7, то число тонов октавы соответственно увеличилось бы и вся музыка достигла бы более высокой степени совершенства.[3] Но здесь математика отступает от гармонии и предоставляет ее самой музыке.

3 мая 1760 г.

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и филосовских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

Рис.9 Письмо 8.

Письмо 8

Об удовольствии, доставляемом хорошей музыкой

Почему прекрасная музыка вызывает у нас чувство удовольствия? Этот вопрос столь же существен, сколь и любопытен. Ученые придерживаются на этот счет самых различных мнений. Некоторые полагают, что это просто причуда природы и что удовольствие, доставляемое музыкой, не имеет под собой никакого разумного основания, поскольку одна и та же музыка может нравиться одним и оставлять равнодушными других.

Подобное рассуждение не только не решает вопроса, но еще больше его осложняет. Поскольку надо согласиться, что ничто не происходит без причины, то возникает желание узнать, почему одно и то же музыкальное произведение способно производить столь различное впечатление.

Другие утверждают, что удовольствие, доставляемое музыкой, сводится к восприятию порядка, который в ней господствует.[1] Это мнение представляется на первый взгляд обоснованным и заслуживает более тщательного рассмотрения.

Музыка содержит в себе два элемента, которым присущ определенный порядок. Один из них относится к различию тонов, которые могут быть высокими или низкими, тонкими или глубокими. Напомню В. В., что это различие зависит от числа колебаний, производимых каждым тоном за одно и то же время. Различие в частоте колебаний всех тонов и является тем, что мы на-

зываем собственно гармонией. Следовательно, если, слушая музыку, мы распознаем отношения или пропорции, существующие между частотами всех тонов, то возникает ощущение гармонии.

Так, два тона, различающиеся на одну октаву, позволяют воспринять пропорцию 1 : 2, квинта — пропорцию 2 : 3, а мажорная терция — 4 : 5. Порядок, содержащийся в той или иной гармонии, становится понятным, если известны все пропорции между тонами, составляющими эту гармонию, и такое понимание дарует нам наш орган слуха. Поскольку слуховое восприятие может быть более или менее тонким, то и представляется ясной причина, по которой одна и та же гармония доступна пониманию одного человека и совершенно не воспринимается другим, в особенности если соотношения между тонами выражены сколько-нибудь большими числами. Однако музыка содержит, помимо гармонии, еще и другой элемент, подчиняющийся порядку, а именно — метр,[2] посредством которого каждому тону придается определенная длительность. Восприятие метра сводится к пониманию длительности всех тонов и пропорций, которые при этом возникают, как если бы один тон звучал в два, три или четыре раза дольше другого.

Барабаны и литавры могут служить примером музыки, в которой есть только метр, поскольку все тоны там одинаковы и нет никакой гармонии. Наряду с этим имеется музыка, обладающая только гармонией, и метр в ней отсутствует. Это — хорал, в котором всем тонам присуща одинаковая длительность. Совершенная музыка должна обладать и гармонией, и тактом.

Итак, тот, кто, слушая музыку, понимает, полагаясь на свой слух, все соотношения, на которых основываются как гармония, так и метр, имеет, без сомнения, наиболее полное представление об этой музыке. Напротив, тот, кто воспринимает только частично эти пропорции или же совсем их не замечает, либо совершенно не разбирается в музыке, либо недостаточно хорошо ее понимает.

Однако то удовольствие, о котором идет речь, отнюдь не сводится к такому пониманию, хотя можно смело утверждать, что музыка доставляет истинное удовольствие, только если ее хорошо понимают. Вместе с тем одного понимания всех пропорций, соблюдаемых как в гармонии, так и в ритме, еще недостаточно, чтобы вызвать чувство удовольствия. Необходимо что-то еще — то, что до сих пор еще никто не сумел объяснить.

Чтобы убедиться в том, что одного понимания всех пропорций в музыке недостаточно, обратимся к очень простой музыке, содержащей только октавы, где пропорции чрезвычайно легко воспринимаются. Однако далеко не всегда такая музыка может доставить удовольствие, хотя она вполне понятна. Значит, можно сказать, что для получения удовольствия необходимо понимание, требующее некоторого усилия. Но, по моему мнению, и этого еще недостаточно. Так, диссонанс, пропорции которого состоят из больших чисел, воспринимается с трудом, однако ряд диссонансов, расположенных в беспорядке и без определенного плана, редко кому может понравиться. Следовательно, нужно,

чтобы композитор, сочиняющий музыку, следовал определенному плану и осуществлял его посредством реальных и легко воспринимаемых пропорций. Тогда истинный знаток, слушая это музыкальное произведение и постигая в то же время план и замысел композитора, будет испытывать особое удовлетворение, которое и есть удовольствие, доставляемое прекрасной музыкой уху знатока. Это удовольствие, следовательно, обусловлено тем, что мы, так сказать, угадываем замыслы и чувства композитора, которые при условии их удачного воплощения доставляют уму истинное наслаждение.

Почти такое же удовлетворение испытывают, когда смотрят хорошую пантомиму, где по жестам и движениям можно угадать воспроизводимые ими чувства и диалоги и где все действие служит для воплощения совершенного замысла.

Загадка с трубочистом, которая так понравилась В. В., также может служить мне прекрасным примером.[*,3] Как только разгадан смысл и обнаруживается, что он превосходно изложен в посылке загадки, испытываешь большое удовольствие. Напротив, загадки плоские и плохо составленные не могут доставить никакого удовольствия.

Таковы, по моему мнению, истинные принципы, на которых основываются все наши суждения о достоинствах музыкальных произведений.[4] Но это мнение человека, который ничего не смыслит в музыке и поэтому должен стыдиться, что осмелился занять В. В. рассуждением на эту тему.

6 мая 1760 г.

Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и филосовских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002

4. Дополнение 2. Анализ фрактальности музыкальных рядов.

Рис.10 Музыкальный строй Леонардо Эйлера (ФРМС12). Музыкальный строй, имеющий свою законченность в движении Земли.

	-нота гармонична и фрактальна солнечным суткам
	-нота гармонична
	-нота негармонична

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192
C# (До диез)	135/128	8,44	16,88	33,75	67,5	135	270	540	1080	2160	4320	8640
D (РЕ)	9/8	9	18	36	72	144	288	576	1152	2304	4608	9216
D# (РЕ диез)	75/64	9,38	18,75	37,5	75	150	300	600	1200	2400	4800	9600
E (МИ)	5/4	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120	10240
F (ФА)	675/128	10,55	21,09	42,19	84,38	168,75	337,5	675	1350	2700	5400	10800
F# (ФА диез)	45/32	11,25	22,5	45	90	180	360	720	1440	2880	5760	11520
G (СОЛЬ)	3/2	12	24	48	96	192	384	768	1536	3072	6144	12288
G# (СОЛЬ диез)	25/16	12,5	25	50	100	200	400	800	1600	3200	6400	12800
A (ЛЯ)	27/16	13,5	27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824
A# (ЛЯ диез)	29/16	14,06	28,12	56,25	112,5	225	450	900	1800	3600	7200	14400
H (СИ)	225/128	15	30	60	120	240	480	960	1920	3840	7680	15360

Музыкальный строй Леонарда Эйлера(ФСМС12)

До Малой октавы этот музыкальный строй полностью фрактален.
Эти октавы имеют свои собственные названия: Инфра, Субконтра, Контра, Большая, Малая.
В октавах именованных порядковыми числами фрактальность падает, и появляются ноты, которые лучше не использовать в мелодиях.
Шестая октава мало пригодна для музыки, в ней только четыре фрактальных ноты.

Рис.11 Пифагорейский музыкальный строй. Камертон 432 Гц.

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192
C# (До диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D (РЕ)	9/8	9	18	36	72	144	288	576	1152	2304	4608	9216
D# (РЕ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E (МИ)	81/64	10,12	20,25	40,5	81	162	324	648	1296	2592	5184	10368
F (ФА)	4/3	10,67	21,33	42,67	85,33	170,67	341,33	682,67	1365,33	2730,67	5461,33	10922,67
F# (ФА диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G (СОЛЬ)	3/2	12	24	48	96	192	384	768	1536	3072	6144	12288
G# (СОЛЬ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A (ЛЯ)	27/16	13,5	27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824
A# (ЛЯ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H (СИ)	243/128	15,19	30,38	60,75	121,5	243	486	972	1944	3888	7776	15552

Пифагорейский строй. Камертон 432 Гц

Один из наиболее удачных музыкальных строёв известных сегодня в музыке.
Имеет всего две нефрактальные ноты(МИ и СИ).
Недостаток, всего 7 ступеней.

Рис.12 Пифагорейский музыкальный строй. Камертон 440 Гц.

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8,15	16,3	32,59	65,19	130,37	260,74	521,48	1042,96	2085,93	4171,85	8343,7
C# (До диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D (РЕ)	9/8	9,17	18,33	36,67	73,33	146,67	293,33	586,67	1173,33	2346,67	4693,33	9386,67
D# (РЕ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E (МИ)	81/64	10,31	20,62	41,25	82,5	165	330	660	1320	2640	5280	10560
F (ФА)	4/3	10,86	21,73	43,46	86,91	173,83	347,65	695,31	1390,62	2781,23	5562,47	11124,94
F# (ФА диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G (СОЛЬ)	3/2	12,22	24,44	48,89	97,78	195,56	391,11	782,22	1564,44	3128,89	6257,78	12515,56
G# (СОЛЬ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A (ЛЯ)	27/16	13,75	27,5	55	110	220	440	880	1760	3520	7040	14080
A# (ЛЯ диез)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H (СИ)	243/128	15,47	30,94	61,88	123,75	247,5	495	990	1980	3960	7920	15840

Пифагорейский строй. Камертон 440 Гц

На камертоне 440 Гц Пифагорейский строй сильно ухудшается, в нём появляется не гармоничная нота ФА.
Если вы решили использовать этот музыкальной строй, то используйте только камертон в 432 Гц.

Рис.13 Натуральный(Вердиев) музыкальный строй. Камертон 426+2/3 Гц

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192
C# (До диез)	16/15	8,53	17,07	34,13	68,27	136,53	273,07	546,13	1092,27	2184,53	4369,07	8738,13
D (РЕ)	9/8	9	18	36	72	144	288	576	1152	2304	4608	9216
D# (РЕ диез)	6/5	9,6	19,2	38,4	76,8	153,6	307,2	614,4	1228,8	2457,6	4915,2	9830,4
E (МИ)	5/4	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120	10240
F (ФА)	4/3	10,67	21,33	42,67	85,33	170,67	341,33	682,67	1365,33	2730,67	5461,33	10922,67
F# (ФА диез)	45/32	11,25	22,5	45	90	180	360	720	1440	2880	5760	11520
G (СОЛЬ)	3/2	12	24	48	96	192	384	768	1536	3072	6144	12288
G# (СОЛЬ диез)	8/5	12,8	25,6	51,2	102,4	204,8	409,6	819,2	1638,4	3276,8	6553,6	13107,2
A (ЛЯ)	5/3	13,33	26,67	53,33	106,67	213,33	426,67	853,33	1706,67	3413,33	6826,67	13653,33
A# (ЛЯ диез)	16/9	14,22	28,44	56,89	113,78	227,56	455,11	910,22	1820,44	3640,89	7281,78	14563,56
H (СИ)	15/8	15	30	60	120	240	480	960	1920	3840	7680	15360

Натуральный(Вердиев) строй. Камертон 426+2/3 Гц

Один из лучших, из известных, музыкальных строёв.
Подобен Пифагорейскому, имеет 12 ступеней, но для его получения нужен специальный камертон в 426+2/3 Гц.

Рис.14 Натуральный(Вердиев) музыкальный строй. Камертон 432 Гц

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8,1	16,2	32,4	64,8	129,6	259,2	518,4	1036,8	2073,6	4147,2	8294,4
C# (До диез)	16/15	8,64	17,28	34,56	69,12	138,24	276,48	552,96	1105,92	2211,84	4423,68	8847,36
D (РЕ)	9/8	9,11	18,22	36,45	72,9	145,8	291,6	583,2	1166,4	2332,8	4665,6	9331,2
D# (РЕ диез)	6/5	9,72	19,44	38,88	77,76	155,52	311,04	622,08	1244,16	2488,32	4976,64	9953,28
E (МИ)	5/4	10,12	20,25	40,5	81	162	324	648	1296	2592	5184	10368
F (ФА)	4/3	10,8	21,6	43,2	86,4	172,8	345,6	691,2	1382,4	2764,8	5529,6	11059,2
F# (ФА диез)	45/32	11,39	22,78	45,56	91,12	182,25	364,5	729	1458	2916	5832	11664
G (СОЛЬ)	3/2	12,15	24,3	48,6	97,2	194,4	388,8	777,6	1555,2	3110,4	6220,8	12441,6
G# (СОЛЬ диез)	8/5	12,96	25,92	51,84	103,68	207,36	414,72	829,44	1658,88	3317,76	6635,52	13271,04
A (ЛЯ)	5/3	13,5	27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824
A# (ЛЯ диез)	16/9	14,4	28,8	57,6	115,2	230,4	460,8	921,6	1843,2	3686,4	7372,8	14745,6
H (СИ)	15/8	15,19	30,38	60,75	121,5	243	486	972	1944	3888	7776	15552

Натуральный(Вердеев строй). Камертон 432 Гц

На камертоне 432 Гц Натуральный камертон уступает по фрактальной согласованности Пифагорейскому строю.

Рис.15 Натуральный(Вердиев) музыкальный строй. Камертон 440 Гц

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8,25	16,5	33	66	132	264	528	1056	2112	4224	8448
C# (До диез)	16/15	8,8	17,6	35,2	70,4	140,8	281,6	563,2	1126,4	2252,8	4505,6	9011,2
D (РЕ)	9/8	9,28	18,56	37,12	74,25	148,5	297	594	1188	2376	4752	9504
D# (РЕ диез)	6/5	9,9	19,8	39,6	79,2	158,4	316,8	633,6	1267,2	2534,4	5068,8	10137,6
E (МИ)	5/4	10,31	20,62	41,25	82,5	165	330	660	1320	2640	5280	10560
F (ФА)	4/3	11	22	44	88	176	352	704	1408	2816	5632	11264
F# (ФА диез)	45/32	11,6	23,2	46,41	92,81	185,62	371,25	742,5	1485	2970	5940	11880
G (СОЛЬ)	3/2	12,38	24,75	49,5	99	198	396	792	1584	3168	6336	12672
G# (СОЛЬ диез)	8/5	13,2	26,4	52,8	105,6	211,2	422,4	844,8	1689,6	3379,2	6758,4	13516,8
A (ЛЯ)	5/3	13,75	27,5	55	110	220	440	880	1760	3520	7040	14080
A# (ЛЯ диез)	16/9	14,67	29,33	58,67	117,33	234,67	469,33	938,67	1877,33	3754,67	7509,33	15018,67
H (СИ)	15/8	15,47	30,94	61,88	123,75	247,5	495	990	1980	3960	7920	15840

Натуральный(Вердеев) строй. Камертом 440 Гц.

На камертоне 440 Гц Натуральный строй лучше Пифагорейского, так как в нем нота ФА гармонична.

Рис.16. Равномерно темперированный строй. Камертон 432 Гц.

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8,03	16,05	32,11	64,22	128,43	256,87	513,74	1027,47	2054,95	4109,9	8219,8
C# (До диез)	2 ^ (1/12)	8,5	17,01	34,02	68,04	136,07	272,14	544,29	1088,57	2177,14	4354,29	8708,57
D (РЕ)	2 ^ (2/12)	9,01	18,02	36,04	72,08	144,16	288,33	576,65	1153,3	2306,6	4613,21	9226,41
D# (РЕ диез)	2 ^ (3/12)	9,55	19,09	38,18	76,37	152,74	305,47	610,94	1221,88	2443,76	4887,52	9775,04
E (МИ)	2 ^ (4/12)	10,11	20,23	40,45	80,91	161,82	323,63	647,27	1294,54	2589,07	5178,15	10356,3
F (ФА)	2 ^ (5/12)	10,71	21,43	42,86	85,72	171,44	342,88	685,76	1371,51	2743,03	5486,06	10972,12
F# (ФА диез)	2 ^ (6/12)	11,35	22,7	45,41	90,82	181,63	363,27	726,53	1453,07	2906,14	5812,28	11624,55
G (СОЛЬ)	2 ^ (7/12)	12,03	24,05	48,11	96,22	192,43	384,87	769,74	1539,47	3078,95	6157,89	12315,78
G# (СОЛЬ диез)	2 ^ (8/12)	12,74	25,48	50,97	101,94	203,88	407,75	815,51	1631,01	3262,03	6524,06	13048,12
A (ЛЯ)	2 ^ (9/12)	13,5	27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824
A# (ЛЯ диез)	2 ^ (10/12)	14,3	28,61	57,21	114,42	228,84	457,69	915,38	1830,75	3661,5	7323,01	14646,02
H (СИ)	2 ^ (11/12)	15,15	30,31	60,61	121,23	242,45	484,9	969,81	1939,61	3879,23	7758,46	15516,92

Равномерно темперированный строй. Камертон 432 Гц

Равномерно темперированный строй на камертоне 432 Гц имеет только одну фрактально согласованную ноту.
Остальные ноты этого ряда не гармоничны.

Рис.17 Равномерно темперированный строй. Камертон 440 Гц.

Нота	Коэффициент	Инфразвук	Субконтра	Контр	Большая	Малая	Первая	Вторая	Третья	Четвертая	Пятая	Шестая
C (ДО)	1	8,18	16,35	32,7	65,41	130,81	261,63	523,25	1046,5	2093	4186,01	8372,02
C# (До диез)	2 ^ (1/12)	8,66	17,32	34,65	69,3	138,59	277,18	554,37	1108,73	2217,46	4434,92	8869,84
D (РЕ)	2 ^ (2/12)	9,18	18,35	36,71	73,42	146,83	293,66	587,33	1174,66	2349,32	4698,64	9397,27
D# (РЕ диез)	2 ^ (3/12)	9,72	19,45	38,89	77,78	155,56	311,13	622,25	1244,51	2489,02	4978,03	9956,06
E (МИ)	2 ^ (4/12)	10,3	20,6	41,2	82,41	164,81	329,63	659,26	1318,51	2637,02	5274,04	10548,08
F (ФА)	2 ^ (5/12)	10,91	21,83	43,65	87,31	174,61	349,23	698,46	1396,91	2793,83	5587,65	11175,3
F# (ФА диез)	2 ^ (6/12)	11,56	23,12	46,25	92,5	185	369,99	739,99	1479,98	2959,96	5919,91	11839,82
G (СОЛЬ)	2 ^ (7/12)	12,25	24,5	49	98	196	392	783,99	1567,98	3135,96	6271,93	12543,85
G# (СОЛЬ диез)	2 ^ (8/12)	12,98	25,96	51,91	103,83	207,65	415,3	830,61	1661,22	3322,44	6644,88	13289,75
A (ЛЯ)	2 ^ (9/12)	13,75	27,5	55	110	220	440	880	1760	3520	7040	14080
A# (ЛЯ диез)	2 ^ (10/12)	14,57	29,14	58,27	116,54	233,08	466,16	932,33	1864,66	3729,31	7458,62	14917,24
H (СИ)	2 ^ (11/12)	15,43	30,87	61,74	123,47	246,94	493,88	987,77	1975,53	3951,07	7902,13	15804,27

Равномерно темперированный строй. Камертон 440 Гц

Равномерно темперированный строй с камертоном 440 Гц, хуже чем на камертоне 432 Гц, так как нота ЛЯ теряет фрактальную согласованность.

Список источников:

1. Гипотеза "ШИРОКО" Часть 2 // http://softelectro.ru/scirocco2.html#M3.5.5.1

2. Leonhard Euler. LETTRES A UNE PRINCESSE D'ALLEMAGNE SUR DRIVES SUJETS de PHYSIQUE & de PHILOSOPHIE
// A SAINT PETERSBORG de l'Imprimerie de Academie Imperiale des Sciences, M DCC LXX II

3. Эйлер Леонард. Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях.//"Наука", Санкт-Петербург, 2002